

# Kombinatorika a grafy I

## 1. série.

Zadáno: 5. 3. 2012

Termín pro bonus: 19. 3. 2012, 12:20

Řešení příkladů pište **čitelně** nebo elektronicky (PDF nebo plaintext).

Jasně vysvětlete svůj postup a jmenujte použité věty. Postup je důležitější, než správný výsledek, za samotný výsledek je 0 bodů. Pokud by výsledek měl být velké číslo, můžete být lepší zápis s mocninami, komb. čísly, ... před vyčíslenou hodnotou.

V případě nejasností v zadání se ozvěte.

### Příklad 1 [2 body]

Kolik je *prostých* zobrazení z množiny  $A = \{1, 2, \dots, 10\}$  do množiny  $B = \{1, 2, \dots, 42\}$ , která zachovávají paritu (tedy zobrazují sudá na sudá a lichá na lichá)?

### Příklad 2 [3 body]

Určete hodnotu součtu

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k.$$

### Příklad 3 [2 body]

Kolik z přirozených čísel  $1, 2, \dots, 420$  není dělitelných 6, 17, ani 42?

### Příklad 4 [3 body]

Jaká je pravděpodobnost, že náhodé zobrazení (tedy všechna zobrazení mají stejnou pravděpodobnost, že budou vybrána) z množiny  $A = \{1, 2, \dots, 21\}$  do množiny  $B = \{1, 2, \dots, 8\}$  bude *surjektivních* („na“)?

Uveďte přesný výpočet i vyčíslenou (přibližnou) pravděpodobnost.

### Příklad 5 [1 bod]

Kolik různých (ne nutně smysluplných) slov vznikne permutací písmen slova *ABRAKADABRA*? Slovem se zde myslí jen posloupnost znaků.