

Kombinatorika a grafy I

2. série.

Zadáno: 26. 3. 2012

Termín pro bonus: (změna) 16. 4. 2012, 12:20

Řešení příkladů pište **čitelně** nebo elektronicky (prosím o PDF nebo plaintext).

Jasně vysvětlete svůj postup a jmenujte použité věty. Postup je důležitější, než správný výsledek, za samotný výsledek je 0 bodů. Pokud by výsledek měl být velké číslo, můžete být lepší zápis s mocninami, komb. čísly a pod., než vyčíslená hodnota.

V případě nejasností v zadání se ozvěte.

Příklad 1 [2 body]

Jaká je vytvářející fce posloupnosti $(0, 0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots)$?

Příklad 2 [1 bod]

Jaká posloupnost odpovídá vytvoř. fci $f(x) = \frac{1-mx}{1+mx}$ (s parametrem m)?

Příklad 3 [3 body]

Vyjádřete explicitně výraz pro n -tý prvek posloupnosti a_n , kde $a_0 = 1$, $a_1 = 1$, $a_{n+2} = 6a_n - a_{n+1}$.

Příklad 4 [2 body]

Určete počet úplných uzávorkování výrazu $a_1 \diamond a_2 \diamond a_3 \diamond a_4 \diamond \dots \diamond a_n$, kde \diamond je blíže neurčený *binární* operátor. Takové uzávorkování přesně určuje, v jakém pořadí bude výraz vyhodnocen. Pořadí operandů v zápise neměníme.

Pro $a_1 \diamond a_2 \diamond a_3 \diamond a_4$ je úplných uzávorkování 5, některá z nich jsou $a_1 \diamond ((a_2 \diamond a_3) \diamond a_4)$, $(a_1 \diamond a_2) \diamond (a_3 \diamond a_4)$ nebo $a_1 \diamond (a_2 \diamond (a_3 \diamond a_4))$.

Uzávorkování $a_1 \diamond ((a_2 \diamond a_3) \diamond a_4)$ a $((a_1 \diamond ((a_2 \diamond a_3) \diamond a_4)))$ jsou stejná.

Příklad 5 [2 body]

Dokažte, že pokud konečná množina X a systém jejích podmnožin \mathcal{P} splňují axiomy kon. proj. rovin (P1), (P2) a zároveň pro ně platí následující:

Existují dvě různé přímky $P_1, P_2 \in \mathcal{P}$ takové, že $|P_1| \geq 3$ a $|P_2| \geq 3$.

Pak je (X, \mathcal{P}) konečná projektivní rovina. Při důkazu formálně zdůvodněte každý krok použitým pravidlem.