# Kombinatorika a grafy I
# 3. série.

Zadáno: 16. 4. 2012
Termín pro bonus: 30. 4. 2012 12:20

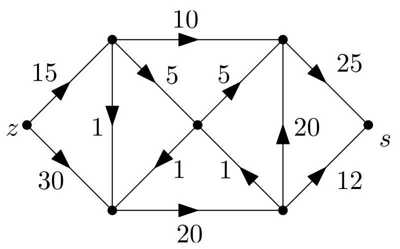
Řešení příkladů pište **čitelně** nebo elektronicky (prosím o PDF nebo plaintext).

Jasně vysvětlete svůj postup a jmenujte použité věty. Postup je důležitější, než správný výsledek, za samotný výsledek je 0 bodů. Pokud by výsledek měl být velké číslo, můžete být lepší zápis s mocninami, komb. čísly a pod., než vyčíslená hodnota.

V případě nejasností v zadání se ozvěte.

**Příklad 1 [3 body]**

Pomocí Ford-Fulkersonova algoritmu najděte největší tok v síti na obrázku (kde čísla značí kapacity hran), a napište, jakou má hodnotu. Podrobně popište, jak algoritmus probíhal, jaké použil v jednotlivých krocích zlepšující cesty atd. Nakonec dokažte, že nalezený tok je skutečně největší tak, že najdete řez odpovídající kapacity.




**Příklad 2 [3 body]**

Latinský obdélník je matice $m \times n$, v jejímž každém řádku se vyskytují všechna čísla $1, \ldots, n$ a čísla v každém sloupci jsou navzájem různá.

Ukažte, že pokud $m < n$, k libovolnému latinskému obdélníku lze přidat řádek tak, aby vznikl obdélník $(m+1) \times n$.

**Příklad 3 [3 body]**

Dokažte následující zobecnění Hallovy věty:

Mějme množinový systém $(X, \mathcal{S})$ a přirozené číslo $k$ takové, že libovolný podsystém $\mathcal{T} \subseteq \mathcal{S}$ obsahuje alespoň $|\mathcal{T}| - k$ prvků. Potom existuje nejvýše $k$ množin $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{S}$, že $(X, \mathcal{S} \setminus \mathcal{U})$ (vynecháme množiny z $\mathcal{U}$) má systém různých reprezentantů.