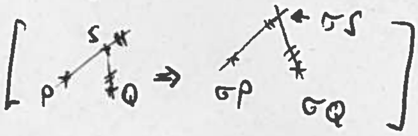
Dilatation $\equiv$ bisection $\sigma : \mathbb{P} \to \mathbb{P}$, že $\overline{PQ} \parallel \overline{(\sigma P)(\sigma Q)}$

L: Dilatace jsou automorfizmy $\mathbb{P}$ (některé)

L: $\parallel$-zachovávající prosté mapy už jsou dilatace

L: σ^{-1} je dilatace, $1_{\mathbb{P}}$ je dilatace, $\Rightarrow$ D je grupa dilatací $\mathbb{P}$

L: pokud má dilatace ≥ 2 pevné body, je to $1_{\mathbb{P}}$ [$\forall$ bod mimo $\overline{PQ}$ je též pevný]

($\tilde{K}2$) L: Dilatace je určená chováním 2 bodů []

Trace of dilatation $\equiv$ any line $\overline{P(\sigma P)}$, $t(\sigma) \equiv \{\overline{P(\sigma P)} \mid P \in \mathbb{P}\}$ "trace family"

L: $t(\sigma) = \emptyset \Leftrightarrow \sigma = 1_{\mathbb{P}}$, $t(\sigma) = t(\sigma^{-1})$, $P \in \ell \in t(\sigma) \Rightarrow \sigma P \in \ell$

L: pokud $P \in \ell \cap m$, $\ell \neq m$, $\ell, m \in t(\sigma)$, pak P je fixpoint σ

L: pokud má σ fixpoint P, pak jím prochází všechny $t(\sigma)$ [$\overline{QP} \parallel \overline{(\sigma Q) P}$]
a navíc $t(\sigma) = \{\overline{PQ} \mid Q \in \mathbb{P}\}$

Translation (posun) $\equiv$ dilatace, kde jsou $t(\sigma)$ paralelní

L: σ je translace $\Leftrightarrow$ ($\sigma = 1_{\mathbb{P}}$ nebo σ nemá pevný bod)

L: $t(\sigma)$ pro translaci σ je svazek (pencil) (všechny rovnoběžky)

Direction (směr) of translation $\equiv$ pencil $t(\sigma)$

($\tilde{K}1$) L: zobrazení 1 bodu určuje jednoznačně translaci

L: translace tvoří grupu $T \subseteq D$, navíc $t(\sigma \tau \sigma^{-1}) = t(\tau)$ pro $\tau \in T$, $\sigma \in D$
[$\overline{Q(\sigma\tau\sigma^{-1}Q)}$ vs $\overline{P(\tau P)}$ pro $P = \sigma^{-1} Q$]

L: T_π pro svazek π, kde $T_\pi = \{\tau \in T \mid t(\tau) \subseteq \pi\}$ je podgrupa T

L: T je abelovská [nejdříve pro τ_1, τ_2 různých směrů pomocí $\parallel$]

Trace preserving homomorphism $\alpha \equiv \forall \tau_1, \tau_2 : (\tau_1 \tau_2)^\alpha = \tau_1^\alpha \tau_2^\alpha$, $t(\tau_1^\alpha) \subseteq t(\tau_1)$, $K = \{\alpha\}$

$\tilde{K}1$ (Axiom): $\forall P, Q \; \exists! \; \tau_{PQ}$, že $\tau_{PQ} P = Q$

Examples: $\tau^{(0)} = 1_{\mathbb{P}}$, $\tau^{(1)} = \tau$, $\tau^{(-1)} = \tau^{-1}$, $\tau^{\alpha_\sigma} = \sigma \tau \sigma^{-1}$ pro dilat. σ

L: pro τ translaci a $\ell \in t(\tau)$ platí: $P \in \ell \Rightarrow \tau^\alpha P \in \ell$ ($\forall \alpha \in K$)

Ring with identity $k \equiv$ "$\alpha+\beta$": $\tau^{"\alpha+\beta"} = (\tau^{\alpha})(\tau^{\beta})$

"$\alpha\cdot\beta$": $\tau^{"\alpha\cdot\beta"} = (\tau^{\alpha})^{\beta}$

L: k s "+" a "·" je okruh s identitou [uzavřenost triv., komut. "+" triv., $\exists\, 0_k, 1_k$ z příkladů, distributivita ok]

L: $\alpha \neq 0_k \Rightarrow \tau^{\alpha} \neq 1_P$ pro všechny $\tau \neq 1_P$

L: $\alpha \neq 0_k$, $\tau_1 \neq \tau_2 \Rightarrow \tau_1^{\alpha} = \tau_2^{\alpha}$

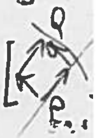
L: τ_1, τ_2 různých směrů (svazků stop), $\tau_1, \tau_2 \neq 1_P \Rightarrow (\tau_1\tau_2)$ má ještě jiný směr

L: $\forall \alpha \neq 0_k, \forall P: \exists!\, \sigma \in D$, že $\sigma P = P$ a $\alpha = \alpha_\sigma$

[$\sigma Q := \tau_{PQ}^{\alpha} P$, $\alpha_\sigma := \tau^{\alpha_\sigma} = \sigma\tau\sigma^{-1}$, ... (asi skipnout)]

L: k je okruh s dělením [$\alpha \neq 0$ je α_σ, pak $\alpha_\sigma \alpha_{(\sigma^{-1})} = 1_k$]

L: pro $\forall \tau_1, \tau_2 \neq 1_P$ stejného směru $\exists!\, \alpha$, že $\tau_1 = \tau_2^{\alpha}$ [z k2, pak $\alpha = \alpha_\sigma$]

T: pro pevné translace $\tau_1, \tau_2 \neq 1$ různého směru $\forall \tau \exists!\, \alpha, \beta$, že $\tau = \tau_1^{\alpha}\tau_2^{\beta}$ [

T: $\mathbb{P}$ je isomorfní k^2

T: $\mathbb{PP}$ je isomorfní $PS(k^3)$